

## О РАССЕИВАНИИ ЭНЕРГИИ В УПРУГОМ ДИСКРЕТНОМ КОНТАКТЕ

В. И. МАКСАК, Б. П. МИТРОФАНОВ

(Представлена кафедрой сопротивления материалов)

Необратимые процессы в контактах, относящиеся к важнейшим причинам затухания колебаний механических систем, исследуются при решении задач усталостной прочности и долговечности поверхностных слоев элементов. Доминирующее значение среди таких процессов принадлежит явлениям, относящимся к трению.

В последние годы наблюдается заметный рост внимания к проблеме конструкционного демпфирования [1, 2, 3, 4], важная роль которого наиболее четко проявляется в механических системах, для которых невозможно полностью исключить резонансные режимы (конструкции ракет, самолетов, судов, турбинные лопатки и т. п.). Интересно отметить допущения, которые обычно используются при теоретических исследованиях конструкционного демпфирования. Так, например, при исследовании распределения сил трения между полосой и основанием [3] полагается:

1. Силы трения равны предельному значению везде, где имеется проскальзывание элементов полосы по основанию, т. е. на тех участках, где происходит деформация полосы;

2. Силы трения отсутствуют на тех участках, где полоса не деформируется.

Таким образом, развивающиеся на поверхности контакта касательные силы либо равны предельному значению силы трения, либо равны нулю.

Анализируя предпосылки теоретических исследований конструкционного демпфирования, следует отметить, что наряду с указанными выше предполагается идеальная геометрия соприкасающихся поверхностей — гладкость тел.

Ниже исследуется рассеяние энергии для контакта упругих тел с шероховатой поверхностью. Такая модель соприкосновения, получившая название дискретного контакта, лучше отражает свойства реальных сочленений. Кроме того, будем считать, что смещения вызываются сдвигающим усилием, меньшим, чем сила трения. В таких условиях, как известно, наблюдаются малые перемещения, определяемые деформацией шероховатого слоя и называемые предварительными смещениями.

Объяснение рассеяния энергии в условиях упругого предварительного смещения в пределах феноменологической теории дано в работах [5, 6, 7].



Для получения закономерностей рассеивания энергии в упругом дискретном контакте представим шероховатую поверхность соприкасающихся тел в виде множества сферических выступов [8] и используем решение Р. Миндлина для сдвига сжатых сфер [9]. Тогда для нагружения и разгрузки сдвигающей силой  $P$  величина рассеиваемой энергии на один выступ при условии  $\frac{P}{fN} \ll 1$ , будет

$$\omega = \frac{KP^3}{r^{1/3} f N^{4/3}}, \quad (1)$$

где

$K$  — коэффициент, учитывающий механические свойства материала;  
 $r$  — радиус выступа;  
 $f$  — коэффициент трения;  
 $N$  — сила сжатия.

Для проверки полученной формулы была проведена серия опытов на металлических контактах. По полученным в опытах графикам зависимости смещения  $\Delta$  от силы сдвига  $P$ , для различных сил сжатия  $N$

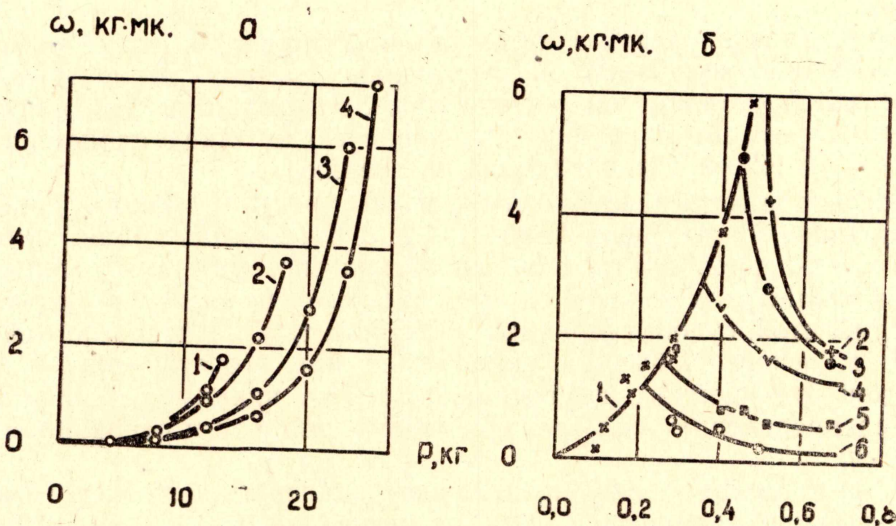


Рис. 1. Графики экспериментальной зависимости рассеивания энергии  $\omega$  для контакта стальных образцов с чистотой обработки  $\nabla 8$  от:  
 а) силы сдвига  $P$ , 1)  $f=0,29$ ; 2)  $f=0,4$ ; 3)  $f=0,51$ ; 4)  $f=0,56$ ;  $N=45$  кг;  
 б) коэффициента трения, 1)  $P=fN$ ; 2)  $P=22$  кг; 3)  $P=20$  кг; 4)  $P=16$  кг; 5)  $P=12$  кг; 6)  $P=10$  кг;  $N=45$  кг

и коэффициента трения  $f$  вычислялась величина рассеиваемой энергии, которая подтвердила зависимость (1).

На рис. 1а показана величина рассеивания энергии от сдвигающего усилия. В случае  $P=fN$  зависимостью рассеивания энергии от коэффициента трения (кривая 1, рис. 1б) является парабола.

Действительно, при  $P=fN$ , имеем

$$\omega = \frac{K f^2 N^2}{r^{1/3} N^{1/3}}. \quad (2)$$

Рассеивание энергии от силы сдвига и силы сжатия в этом случае показано соответственно на рис. 2а и 2б. Однако при  $P=\text{const} < fN$  зависимостью «величина рассеивания энергии — коэффициент трения» (функция 1) являются гиперболы 2, 3, 4, 5, 6 (рис. 1б).

Результаты, подтверждающие справедливость формулы (1), получены при обработке осциллограмм затухания колебаний консольной



балочки, защемленной между двумя шероховатыми пластинками. Известно, что если не считаться с влиянием демпфирования на форму колебания стержня, то демпфирующие свойства определяют скорость затухания колебания. Рассеяние энергии в результате предварительных

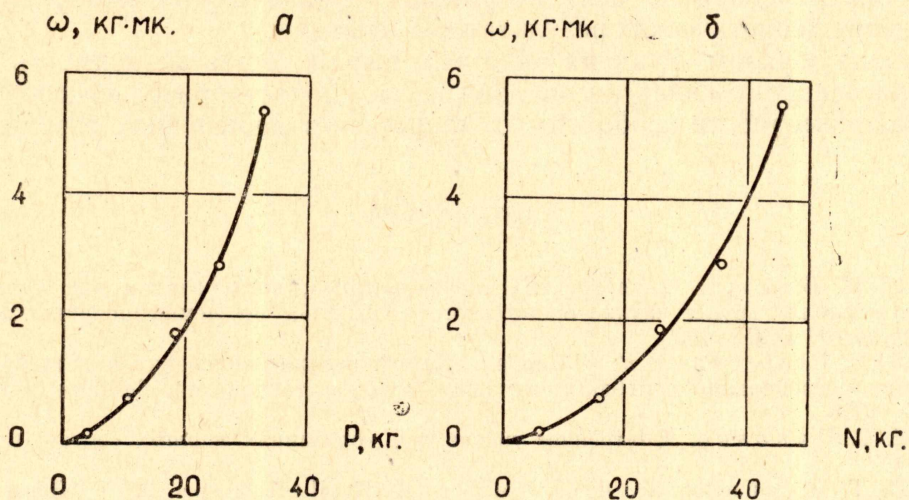


Рис. 2. Графики экспериментальной зависимости рассеивания энергии  $\omega$  для контакта стальных образцов с чистой обработки  $\nabla 8$  при  $P=fN$  от: а) силы сдвига, б) силы сжатия

смещений в защемлении можно представить в виде суммы рассеяний каждого тона собственных колебаний. Это позволяет анализировать свободные колебания для системы с одной степенью свободы.

На рис. 3 показана зависимость логарифмического декремента затухания балочки от силы сжатия  $N$  для различных амплитуд сдвигающих усилий.

Из графика получается

$$\delta = \frac{A}{N^{4/3}}, \quad (3)$$

где  $\delta$  — логарифмический декремент затухания;

$A$  — некоторая постоянная величина.

Если принять соотношение между логарифмическим декрементом затухания и рассеиванием энергии пропорциональным, тогда зависимость (3) хорошо согласуется с функцией (1).

Используя энергетический метод [3], функцию, определяющую величину рассеиваемой энергии за один цикл колебаний, можно представить в виде

$$\omega(y) = my^3,$$

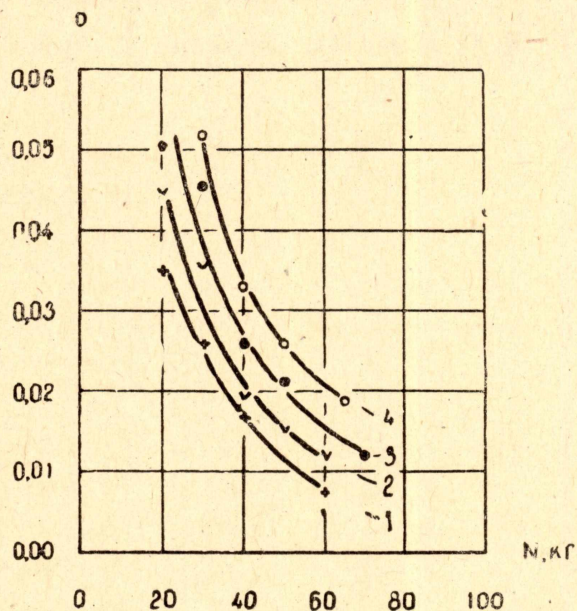


Рис. 3. Логарифмический декремент затухания колебаний консольной балочки в зависимости от силы зажатия для различных амплитуд сдвигающих усилий. 1)  $P=9$  кг; 2)  $P=12$  кг; 3)  $P=18$  кг; 4)  $P=24$  кг



где  $m$  — постоянная;

$y$  — координата;

и рассматривать как первое приближение к зависимости (1).

Сравнение теоретически вычисленной скорости затухания колебаний с определенной по осциллограммам показало удовлетворительное совпадение теоретических результатов с опытами.

Таким образом, функция вида (1), выражающая зависимость величины рассеиваемой энергии за один цикл, удовлетворительно соответствует закономерности необратимых процессов в сочленениях твердых тел.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Бабаев. О внутренних сопротивлениях, возникающих при колебании корпуса корабля. Труды научно-технического совещания по демпфированию колебаний. Изд-во АН УССР, 1960.

2. Д. Н. Решетов, З. М. Левина. Демпфирование колебаний в деталях станков. Сб. Исследование колебаний металлорежущих станков при резании металлов. Машгиз, 1958.

3. Я. Г. Пановко. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. Физматгиз, 1960.

4. Н. Г. Калинин, Ю. А. Лебедев, В. И. Лебедева, Я. Г. Пановко, Г. И. Страхов. Конструкционное демпфирование в неподвижных соединениях. Изд-во АН Латвийской ССР, Рига, 1960.

5. И. Р. Коняхин, Б. П. Митрофанов. Processe disipative in cazul deplasazif prealabile in limitele elasticitii Studii si cercetari de Mecanica Aplicata, N 1, t. 15, 1964.

6. И. Р. Коняхин, Б. П. Митрофанов. Определение потерь на механический гистерезис. Физика металлов и металловедение, изд-во «Наука», т. 17, вып. 6, 1964.

7. И. Р. Коняхин, Б. П. Митрофанов. О диссипации энергии в упругом дискретном контакте. Механика твердого тела, изд-во «Наука», № 1, 1967.

8. Н. Б. Демкин. Фактическая площадь касания твердых поверхностей. Изд-во АН СССР, 1962.

9. R. D. Mindlin. Compliance of elastic bodies in Contact. Journ. Appl. Mech., vol. 16, N 3, 1949.